

Übungen zum Vorkurs Mathematik für Naturwissenschaftler

Manuela Feistl

Blatt 3
Montag 09.10.23

Aufgabe 1: Schreiben Sie folgende Ausdrücke mithilfe von \sum und \prod auf zwei Arten:

a) $2 + 5 + 8 + \dots + 17$

a) $3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 13$

Einmal soll der Laufindex bei 0 und beim zweiten Mal bei 1 starten.

Aufgabe 2: Schreiben Sie

$$\sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 mn$$

ohne \sum und berechnen Sie den Zahlenwert.

Aufgabe 3: Schreiben Sie

$$\prod_{m=1}^3 \sum_{n=1}^m n$$

ohne \sum und \prod .

Aufgabe 4: Verschieben Sie den Laufindex um 1 (in beide Richtungen) bei folgenden Produkten und Summen

a)

$$\sum_{k=4}^8 (2k + 3)$$

b)

$$\sum_{k=1}^5 \frac{1}{k+1}$$

b)

$$\prod_{k=0}^7 (k^2 + k + 2)$$

Aufgabe 5: Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1)k} = 1 - \frac{1}{1+n}$$

Aufgabe 6: Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass

$$\sum_{k=0}^n \frac{k+1}{2^k} = 4 - \frac{n+3}{2^n}$$

Aufgabe 7: Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass

$$\prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{2}{k(k+1)}\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(1 + \frac{2}{n}\right)$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

Aufgabe 8: Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass $n^3 + 5n$ durch 6 teilbar ist ($n \in \mathbb{N}$).

Aufgabe 9: Bestimmen Sie

$$\sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 \sum_{c=1}^3 \frac{1}{abc}.$$

Viel Erfolg bei der Bearbeitung Ihres dritten Übungsblattes! Bei Fragen wenden Sie sich an Ihren Übungsleiter oder an Ihre Übungsleiterin.